

5 新 以下は平面内の問題である． O, A, B, C は定点で， A, B, C は 1 直線上にないものとする．

(i) 点 P が直線 AB 上にあるための必要十分条件は $\overrightarrow{OP} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB}$, $a + b = 1$ (a, b は実数) と書けることである．これを証明せよ．

(ii) 次の 2 条件をみたす実数 p, q, r は $p = 0, q = 0, r = 0$ 以外にないことを示せ．

$$p\overrightarrow{OA} + q\overrightarrow{OB} + r\overrightarrow{OC} = 0 \quad (\text{零ベクトル}), \quad p + q + r = 0$$

(iii) Q がこの平面上の点であって， $\overrightarrow{AQ} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ (x, y は実数) であるとき，
 $\overrightarrow{OQ} = l\overrightarrow{OA} + m\overrightarrow{OB} + n\overrightarrow{OC}$, $l + m + n = 1$ をみたす実数 l, m, n は必ず存在し，しかもおのおのの値はただ 1 つに定まることを証明せよ．