

6 旧 正数列 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ で条件

$$(*) \quad a_0 = 1, a_n - a_{n+1} = a_{n+2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

を満たすものは一組しかないことを，次の順序で証明せよ．

(i) $a_n = \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right)^n$ は条件 $(*)$ を満たす．

(ii) 条件 $(*)$ を満たす任意の数列 $\{a'_n\}$ について，数列 $c_n = (-1)^n(a'_n - a_n)$

$$(n = 0, 1, 2, \dots) \text{ は } c_n + c_{n+1} = c_{n+2} \text{ および } |c_n| \geq (n-1)|c_1| \text{ を満たす．}$$

(iii) (ii) の数列 $\{a'_n\}$ が正数列ならば， $a'_n \leq 1$ ，かつ， $a'_n = a_n$ でなければならない．