

2 n を自然数とし, θ は

$$(\cos \theta + i \sin \theta)(\cos 2\theta + i \sin 2\theta) \cdots (\cos n\theta + i \sin n\theta) = 1$$

を満たすものとする. ただし i は虚数単位とする.

(1) このような θ は, $0 < \theta \leq 2\pi$ の範囲内に何個存在するか.

(2) (1) で存在する θ の最小な値を θ_n とし

$$z_n = (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) \cdots (\cos \theta_n + i \sin \theta_n)$$

とおく. z_n を極形式で表せ.

(3) z_n が純虚数となるとき n の値と, そのときの z_n を求めよ.