

4 曲線  $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x$  と  $x$  軸上に中心をもつ円  $C$  が、点  $A \left( a, \frac{1}{\sqrt{2}} \sin a \right)$  において同一の直線に接しているものとする。ただし、 $0 < a < \frac{\pi}{2}$  とする。

(1) 円  $C$  の中心の  $x$  座標を  $a$  で表せ。

(2) 曲線  $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x$  は、点  $A$  を除いては円  $C$  の外にあることを示せ。

(3) 点  $P$  が曲線  $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x$  の上を動くとき、点  $P$  と円  $C$  の中心との距離の 2 乗の最小値を  $a$  で表せ。