

3 xyz 空間において ,

$$\text{半球面 } A : z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}, \quad x^2 + y^2 \leq 1$$

と

$$\text{円板 } B : z = 0, \quad x^2 + y^2 \leq 1$$

を考える .

(1) A と B で囲まれる立体内に中心をもち , A と B にそれぞれ一点で接する球面を C とおく . C の中心の座標を (x_0, y_0, z_0) とするとき , z_0 を x_0, y_0 の式で表せ .

(2) (1) で得た式を $z_0 = f(x_0, y_0)$ とする . このとき , 不等式

$$f(x, y) \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2}, \quad x^2 + y^2 \leq 1$$

で定まる立体の体積を求めよ .