

5 長さ l の定線分 AB を直径とする半円周上に任意の 1 点 P をとり, P から AB に垂線をおろし, その足を D とし, D から AP, BP に垂線をおろし, その足をそれぞれ P_1, Q_1 とする。次に, P_1, Q_1 より AB に垂線をおろし, その足をそれぞれ E_1, F_1 とする。 E_1, F_1 よりそれぞれ AP, BP に垂線をおろし, その足をそれぞれ P_2, Q_2 とし, P_2, Q_2 より AB に垂線をおろし, その足をそれぞれ E_2, F_2 とする。この操作を次々とつづけて点 $P_3, E_3; Q_3, F_3; \dots$ を定める。

$$X = PD + P_1E_1 + P_2E_2 + P_3E_3 + \dots$$

$$Y = PD + Q_1F_1 + Q_2F_2 + Q_3F_3 + \dots$$

としたとき

- (1) $X \cdot Y$ を求めよ。
- (2) P が半円周上を動くとき, $X + Y$ の最小値を求めよ。