

5 原点 $(0, 0)$ を O とし, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ によって表される 1 次変換を f とする.

3 点 $P_1(1, 0)$, $P_2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $P_3(0, 1)$ の f による像をそれぞれ P_1' , P_2' , P_3' とおく.

$\overrightarrow{OP_1'} \cdot \overrightarrow{OP_1} = 1$, $\overrightarrow{OP_2'} \cdot \overrightarrow{OP_2} = 3$, $\overrightarrow{OP_3'} \cdot \overrightarrow{OP_3} = 3$ であるとき, 次の問に答えよ. ただし, $\overrightarrow{OP_i'} \cdot \overrightarrow{OP_i}$ ($i = 1, 2, 3$) は $\overrightarrow{OP_i'}$ と $\overrightarrow{OP_i}$ の内積を表す.

(1) a, b, c を求めよ.

(2) 点 $P(\cos t, \sin t)$ の f による像を P' とする. t が $0 \leq t \leq \pi$ の範囲で変化するとき, $\overrightarrow{OP'}$ と \overrightarrow{OP} の内積 $\overrightarrow{OP'} \cdot \overrightarrow{OP}$ の最大値と最小値, およびそれらの値を与える t の値を求めよ.