

4 n を正の整数とする．箱の中に 3^n 枚のカードが入っていて，これらのカードには 1 から 3^n までの番号がつけてある．この箱から無作為に 1 枚のカードを取り出し，その番号を X とする．次に，このカードを箱の中に戻し，ふたたび無作為に 1 枚のカードを取り出して，その番号を Y とする．このようにして得られた整数の組 (X, Y) について，「 X と Y の積 XY は 3^n で割り切れる」という事象を A とする．

- (1) $0 \leq j \leq n$ である整数 j に対し，「 Y は 3^j で割り切れるが 3^{j+1} では割り切れない」という事象を B_j とおく．事象 $A \cap B_j$ が起こる確率 $P(A \cap B_j)$ を求めよ．
- (2) 事象 A が起こる確率 $P(A)$ を求めよ．
- (3) 事象 A が起こったときに事象 B_n が起こる条件つき確率を $P_A(B_n)$ とするとき， $\frac{1}{3} \leq P_A(B_n) < \frac{1}{2}$ が成立するような n の値を求めよ．