

1 三角形 $\triangle ABC$ において, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = b$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = c$ とおく. ここで \cdot はベクトルの内積を表す. このとき, 次の問に答えよ.

(1) $abc = 0$ のとき, $\triangle ABC$ はどのような三角形となるか.

(2) $(a - b)(b - c)(c - a) = 0$ のとき, $\triangle ABC$ はどのような三角形となるか.

(3) $\triangle ABC$ の面積は $\frac{1}{2}\sqrt{ab + bc + ca}$ であることを証明せよ.