

3  $k, n$  を正整数とする． $I(k, n)$  を

$$I(k, n) = \int_0^1 x^{2k} \cos n\pi x dx$$

で与えられる定積分の値とするとき，次の問に答えよ．

(1)  $I(1, n)$  を求めよ．

(2)  $I(k, n)$  を  $I(k-1, n)$  で表せ．これを利用して  $I(k, n)$  が

$$I(k, n) = \sum_{i=1}^k \frac{(-1)^{n+i-1} (2k)!}{(n\pi)^{2i} (2k-2i+1)!}$$

となることを示せ．

(3) 積分  $J = \int_0^1 (A_0 + A_1 \cos \pi x - x^{2k})^2 dx$  を最小にする定数  $A_0, A_1$  の値を求めよ．また，そのときの最小値  $J_{min}$  を求めよ．