

4 (a)  $f(x)$  は  $x \geq 0$  で連続な増加関数で,  $f(0) = 0$ , かつ  $x > 0$  で微分可能とする. グラフ  $y = f(x)$  上の点  $P(x, y)$  ( $x > 0$ ) から  $x$  軸,  $y$  軸に下ろした垂線の足をそれぞれ  $Q, R$  とする.  $y = f(x)$  と線分  $PQ$  および  $x$  軸とで囲まれた図形の面積を  $F(x)$ ,  $y = f(x)$  と線分  $PR$  および  $y$  軸とで囲まれた図形の面積を  $G(x)$  とする. すべての  $x > 0$  で,  $G(x) = (x + 1)F(x)$  が成立するような  $f(x)$  を求めよ.