

4 あるトーナメント形式（注）の競技大会に、 2^n 人の選手が参加し、そのうち 2^m 人は強い選手であり、残りは弱い選手であるとする。ただし、 n, m は自然数であり $n > m$ とする。強い選手同士は $(n - m)$ 回戦が終わるまでは対戦することがないように、組み合わせが決められているものとする。また、強い選手が弱い選手に勝つ確率が $x \left(> \frac{1}{2} \right)$ であるとし、強い選手同士および弱い選手同士はいずれも勝つ確率が $\frac{1}{2}$ であるとする。つぎの問に答えよ。

- (1) $n = 3, m = 1$ として、ある特定の強い選手が優勝する確率を求めよ。
- (2) ある特定の強い選手が 1 回戦から i 回戦まで連続して勝つ確率を p_i とする。
 - (a) $n = 3, m = 2$ のとき、 p_3 を p_2 と x を用いて表せ。
 - (b) 任意の n, m に対して、 $i = n - m$ および $i = n$ のそれぞれの場合について、 p_i を p_{i-1} と x を用いて表せ。

（注）トーナメント形式： 2^n 人を 2 人ずつの 2^{n-1} 組に分けて 1 回戦を行い、敗者を除外して、その後同様に 2 回戦、3 回戦と対戦を進め、最後に残った 2 者で優勝を決定する形式。