

3 a, b, c を実数の定数とし, 関数

$$f_0(x) = 1,$$

$$f_1(x) = x + af_0(x),$$

$$f_2(x) = x^2 + bf_1(x) + cf_0(x)$$

を考える. 相異なる j, k に対して

$$\int_{-1}^1 f_j(x)f_k(x)dx = 0$$

が成り立つとき, つぎの各問に答えよ.

(1) 定数 a, b, c を求めよ.

(2) $j = 0, 1, 2$ のそれぞれに対して

$$\int_{-1}^1 \{f_j(x)\}^2 dx$$

の値を求めよ.

(3) $j = 0, 1, 2$ のそれぞれに対して

$$\int_{-1}^1 f_j(x) \cos(\pi x) dx$$

の値を求めよ.

(4) つぎの I の値が最小となる実数 k_0, k_1, k_2 の値を求めよ. さらに I の最小値を求めよ.

$$I = \int_{-1}^1 \{\cos(\pi x) - k_0 f_0(x) - k_1 f_1(x) - k_2 f_2(x)\}^2 dx$$