

1 次の文章を読み、後の問いに答えよ．

恒等式 $(x+1)^2 - x^2 = 2x + 1$ において

$$x = 1 \quad \text{とおくと} \quad 2^2 - 1^2 = 2 \times 1 + 1$$

$$x = 2 \quad \text{とおくと} \quad 3^2 - 2^2 = 2 \times 2 + 1$$

$$x = 3 \quad \text{とおくと} \quad 4^2 - 3^2 = 2 \times 3 + 1$$

...

$$x = n \quad \text{とおくと} \quad (n+1)^2 - n^2 = 2 \times n + 1$$

となる．これらの式を加えると

$$(n+1)^2 - 1^2 = 2 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + n) + n \times 1$$

が得られる．よって

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2} \{ (n+1)^2 - 1^2 - n \times 1 \} = \frac{1}{2} (n^2 + n)$$

が得られる．このようにして和 $\sum_{k=1}^n k$ を求めることができる．

(1) 上と同様の方法により、恒等式 $(x+1)^4 - x^4 = 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ を用いて和

$$\sum_{k=1}^n k^3 \text{ を求めよ．}$$

(2) 和 $\sum_{k=1}^n k^5$ が n について 6 次式で表されることを示し、6 次の項の係数と 5 次の項の係数を求めよ．