

1  $p$  は素数,  $r$  は正の整数とする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $x_1, x_2, \dots, x_r$  についての式  $(x_1 + x_2 + \dots + x_r)^p$  を展開したときの単項式  $x_1^{p_1} x_2^{p_2} \dots x_r^{p_r}$  の係数を求めよ. ここで,  $p_1, p_2, \dots, p_r$  は 0 または正の整数で  $p_1 + p_2 + \dots + p_r = p$  をみたすとする.
- (2)  $x_1, x_2, \dots, x_r$  が正の整数のとき,
- $$(x_1 + x_2 + \dots + x_r)^p - (x_1^p + x_2^p + \dots + x_r^p)$$
- は  $p$  で割り切れることを示せ.
- (3)  $r$  は  $p$  で割り切れないとする. このとき,  $r^{p-1} - 1$  は  $p$  で割り切れることを示せ.