

3 関数  $f(x) = -x^2 \log x$  ( $x > 0$ ) を考える．ただし対数は自然対数とする．

- (1) 曲線  $y = f(x)$  上の点  $(a, f(a))$  における接線が原点を通るとき，接線の方程式および接点の座標を求めよ．
- (2)  $p$  を (1) で求めた接線の傾きとすると， $x > 0$  において  $-x \log x \leq p$  が成り立つことを示せ．
- (3) 極限  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  を求めよ．
- (4) 積分  $S(b) = \int_b^1 \left| f(x) - \frac{1}{2}x^2 \right| dx$  ( $0 < b \leq 1$ ) を考える．このとき  $\lim_{b \rightarrow 0} S(b)$  を求めよ．