

4 $f(x), g(x)$ は $x \geq 0$ で定義された正の値をとる連続な関数で, $x > 0$ で微分可能であるとする. それらの定める曲線を

$$C_1 : y = f(x) \quad (x \geq 0), \quad C_2 : y = g(x) \quad (x \geq 0)$$

とするとき, 以下の性質が満たされるという.

(イ) $f(x)$ は $x \geq 0$ において増加な関数で, $f(0) = 1$ を満たす.

(ロ) $f(x)g(x)^3 = 27 \quad (x \geq 0)$

(ハ) すべての $x > 0$ に対して, 平面上の点 $(x, f(x))$ における曲線 C_1 の接線と, 点 $(x, g(x))$ における曲線 C_2 の接線は直交する.

次の問に答えよ.

(1) $f(x)$ を求めよ.

(2) 曲線 C_1, C_2 および y 軸で囲まれる部分の面積を求めよ.