

2 半径 r_n の円 S_n ($n = 1, 2, \dots$) があり, 各 n に対して, 円 S_n に内接する正 2^{n+2} 角形の 1 つにおいて隣り合う 2 辺の延長の交点を頂点とする正 2^{n+2} 角形は円 S_{n+1} に内接している. 次の問に答えよ.

(1) $r_{n+1} \cos \left(\frac{\pi}{2^{n+1}} \right) = r_n \cos \left(\frac{\pi}{2^{n+2}} \right)$ を示せ.

(2) $r_1 = 1$ のとき, $r_n < \sqrt{2}$ ($n = 1, 2, \dots$) を示せ.