

1 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ と自然数 n に対して, 行列 X_n を $X_n = A^{2n} + A^n + E$ で定義する.

次の問に答えよ.

- (1) A^2, A^3, A^4 を A と E で表せ.
- (2) 自然数 n に対して, $X_{n+4} = X_n$ であることを示せ.
- (3) $0 < r < 1$ として, 自然数 k に対して

$$\begin{pmatrix} s_k & t_k \\ u_k & v_k \end{pmatrix} = rX_1 + r^2X_2 + r^3X_3 + r^4X_4 + \cdots + r^{4k}X_{4k}$$

と定める. s_k, t_k を求めよ. さらに, 極限 $\lim_{k \rightarrow \infty} s_k$ を求めよ.