

## 5 (b)

- (1)  $e$  を自然対数の底とし ,

$$f(x) = e^x - \left(1 + x + \frac{1}{2}x^2\right)$$

とおく .  $0 < x < 1$  においては  $0 < f(x) < x^3$  が成り立つことを示せ . また

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 f\left(\frac{1}{n}\right) = 0$  を示せ . 必要であれば  $e < 3$  を使ってよい .

- (2) 関数  $g(x) = e^x$  を考える . 区間  $0 \leq x \leq 1$  を  $n$  個の小区間に等分して , 各小区間を底辺 , 小区間の左端の点における関数  $g(x)$  の値を高さとする長方形の面積の和を  $K_n$  とする .  $n \rightarrow \infty$  のとき ,

$$n^k \left| \int_0^1 g(x) dx - K_n \right|$$

が有限の値に収束するような最大の自然数  $k$  とそのときの極限値を求めよ .