

5 (a) 辺の長さ 1 の正四面体  $OABC$  において,  $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ ,  $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$  とおき, 線分  $OA$  を  $m:n$  に内分する点を  $P$ , 線分  $BC$  を  $m:n$  に内分する点を  $Q$ , 線分  $CO$  を  $m:n$  に内分する点を  $R$ , 線分  $AB$  を  $m:n$  に内分する点を  $S$  とする. (ただし,  $m, n > 0$  とする.)

(1) (i)  $\overrightarrow{PQ}$ ,  $\overrightarrow{RS}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  で表せ.

(ii)  $\overrightarrow{PQ}$  と  $\overrightarrow{RS}$  が垂直かどうかを調べよ.

(2) (i) 点  $P, Q, R, S$  が同一平面上にあるときの  $m, n$  の関係を求めよ.

(ii) このとき  $PQ, RS$  の交点を  $G$  として,  $\overrightarrow{OG}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  で表せ.

(iii)  $G$  は正四面体  $OABC$  に外接する球の中心であることを示し, その球の半径を求めよ.