

3 自然数 n に対し, 第一象限において不等式

$$nx \geq y \geq x^n + \frac{1}{2}x^{n-1} + \frac{1}{3}x^{n-2} + \cdots + \frac{1}{n}x + \frac{1}{n+1}$$

の表す領域の面積を $S(n)$ とする. 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}S(n)$ を求めよ.