

京大理系 1961前期 (6)

$t=0$ のときの A の位置を 0 とする。

A の位置を a (cm) とすると $a = \int_0^t (t^2 + 5) dt = \left[\frac{t^3}{3} + 5t \right]_0^t = \frac{1}{3}t^3 + 5t$

B の位置を b (cm) とすると $b = 2 + \int_0^t 5t dt = 2 + 5 \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^t = \frac{5}{2}t^2 + 2$

$f(t) = \frac{1}{3}t^3 + 5t - \frac{5}{2}t^2 - 2 = \frac{1}{3}t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 5t - 2$ ($0 \leq t \leq 4$) とする。

$f'(t) = t^2 - 5t + 5$, $f'(t) = 0$ のとき $t = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 20}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$

t	0	...	$\frac{5-\sqrt{5}}{2}$...	$\frac{5+\sqrt{5}}{2}$...	4
$f'(t)$		+	0	-	0	+	
$f(t)$	-2	↗	極大 ↓ 正の値	↘	極小 ↓ 負の値	↗	$-\frac{2}{3}$

$f(t)$ の増減表は左表のよくなる。

$f(t) = 0$ のとき, A と B はかたなるから 2回

* $f(4) = \frac{64}{3} - 40 + 20 - 2 = \frac{64}{3} - \frac{66}{3} = -\frac{2}{3}$

$f(1) = \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 5 - 2 = \frac{2-15+18}{6} = \frac{5}{6} > 0$ かつ $f(\frac{5-\sqrt{5}}{2}) > 0$