

$$\begin{aligned} (1) \quad & \rho_m'(\alpha+\beta) = \rho_m' \alpha r_2 \beta + r_2 \alpha \rho_m' \beta \\ & + \rho_m'(\alpha-\beta) = \rho_m' \alpha r_2 \beta - r_2 \alpha \rho_m' \beta \\ \hline & \rho_m'(\alpha+\beta) + \rho_m'(\alpha-\beta) = 2 \rho_m' \alpha r_2 \beta \end{aligned}$$

$$\rho_m' \alpha r_2 \beta = \frac{1}{2} \{ \rho_m'(\alpha+\beta) + \rho_m'(\alpha-\beta) \}$$

$$\begin{aligned} f_n(x) &= \frac{1}{2} \left\{ \rho_m' \left(\frac{1}{2} a_{n+1} - \frac{1}{2} a_n + x + \frac{1}{2} a_{n+1} + \frac{1}{2} a_n \right) + \rho_m' \left(\frac{1}{2} a_{n+1} - \frac{1}{2} a_n - x - \frac{1}{2} a_{n+1} - \frac{1}{2} a_n \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \{ \rho_m'(a_{n+1}+x) - \rho_m'(a_n+x) \} \neq 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N f_n(x) &= \frac{1}{2} \{ \rho_m'(a_2+x) - \rho_m'(a_1+x) \} + \frac{1}{2} \{ \rho_m'(a_3+x) - \rho_m'(a_2+x) \} + \dots + \frac{1}{2} \{ \rho_m'(a_{N+1}+x) - \rho_m'(a_N+x) \} \\ &= \frac{1}{2} \rho_m'(a_{N+1}+x) - \frac{1}{2} \rho_m'(a_1+x) \end{aligned}$$

よ、 $n \rightarrow \infty$ のとき $\rho_m' a_n$, $r_2 a_n$ は収束するはず。

(2) $n \rightarrow \infty$ のとき $\rho_m' a_n \rightarrow \alpha$, $r_2 a_n \rightarrow \beta$ とする

$$F(x) = \frac{1}{2} \alpha r_2 x + \frac{1}{2} \beta \rho_m' x - \frac{1}{2} \rho_m'(a_1+x)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} F(x) dx = \left[\frac{1}{2} \alpha \rho_m' x - \frac{1}{2} \beta r_2 x + \frac{1}{2} r_2 (a_1+x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} r_2 (a_1 + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{2} \beta - \frac{1}{2} r_2 a_1 = \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \beta - \frac{1}{2} \rho_m' a_1 - \frac{1}{2} r_2 a_1 \quad (1)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f_n(x) dx = \left[-\frac{1}{2} r_2 (a_{n+1}+x) + \frac{1}{2} r_2 (a_n+x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2} r_2 (a_{n+1} + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{2} r_2 (a_n + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{2} r_2 a_{n+1} - \frac{1}{2} r_2 a_n$$

$$= \frac{1}{2} \rho_m' a_{n+1} + \frac{1}{2} r_2 a_{n+1} - \frac{1}{2} \rho_m' a_n - \frac{1}{2} r_2 a_n$$

$$\sum_{n=1}^N \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} f_n(x) dx \right) = \frac{1}{2} \rho_m' a_2 + \frac{1}{2} r_2 a_2 - \frac{1}{2} \rho_m' a_1 - \frac{1}{2} r_2 a_1 + \frac{1}{2} \rho_m' a_3 + \frac{1}{2} r_2 a_3 - \frac{1}{2} \rho_m' a_2 - \frac{1}{2} r_2 a_2 + \dots + \frac{1}{2} \rho_m' a_{N+1} + \frac{1}{2} r_2 a_{N+1} - \frac{1}{2} \rho_m' a_N - \frac{1}{2} r_2 a_N$$

$$= \frac{1}{2} \rho_m' a_{N+1} + \frac{1}{2} r_2 a_{N+1} - \frac{1}{2} \rho_m' a_1 - \frac{1}{2} r_2 a_1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} f_n(x) dx \right) = \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \beta - \frac{1}{2} \rho_m' a_1 - \frac{1}{2} r_2 a_1 \quad (2)$$

(1)(2)より $\int_0^{\frac{\pi}{2}} F(x) dx = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} f_n(x) dx \right)$