

京大 1988 B日程 ①

5式は $\frac{(1-x)(1+x+x^2)}{3} > \frac{(1-x)(1+x)}{2} \sqrt{x}$ となると $\frac{1+x+x^2}{3} > \frac{1+x}{2} \sqrt{x}$ を示せばよい

$0 < x < 1$ のとき $\frac{1+x+x^2}{3} > 0, \frac{1+x}{2} \sqrt{x} > 0$ より $\left(\frac{1+x+x^2}{3}\right)^2 > \left(\frac{1+x}{2} \sqrt{x}\right)^2$ を示せばよい

$$\begin{array}{r}
 -x^2-x-1 \\
 x-1 \mid -x^3 \quad +1 \\
 \hline
 -x^3+x^2 \\
 \hline
 -x^2-x \\
 \hline
 -x+1 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\left(\frac{x^2+x+1}{3}\right)^2 - \left(\frac{x+1}{2}\sqrt{x}\right)^2 = \frac{x^4+x^3+2x^2+2x}{9} - \frac{x^3+2x^2+x}{4} = \frac{4x^4+4x^3+2x^2+8x+4 - 9x^3-9x^2-9x}{36} = \frac{4x^4-x^3-6x^2-x+4}{36} = \frac{(x-1)^2(4x^2+7x+4)}{36} > 0 \text{ となり}$$

是意を示す

$$\begin{array}{r}
 4x^3+3x^2-3x-9 \\
 x-1 \mid 4x^4-x^3-6x^2-x+9 \\
 \hline
 4x^4+4x^3 \\
 \hline
 3x^3-6x^2 \\
 \hline
 3x^3-3x^2 \\
 \hline
 -3x^2-x \\
 \hline
 -3x^2+3x \\
 \hline
 -9x+9 \\
 \hline
 -9x+9 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4x^2+7x+4 \\
 x-1 \mid 4x^3+3x^2-3x-9 \\
 \hline
 4x^3-4x^2 \\
 \hline
 7x^2-3x \\
 \hline
 7x^2-7x \\
 \hline
 4x-9 \\
 \hline
 4x-9 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$