

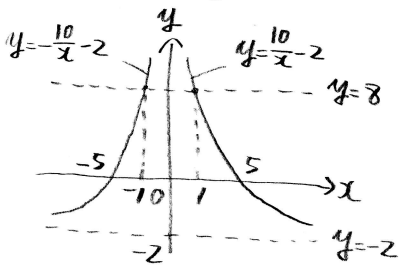
(1) 上面の半径は  $1\text{cm}$ , 底面の半径は  $5\text{cm}$  かつ  $b \neq 8, b \neq 0$

$$y=0 \text{ のとき } 0 = \frac{a}{x} + b, x = -\frac{a}{b}. \quad y=8 \text{ のとき } 8 = \frac{a}{x} + b, x = \frac{a}{8-b}$$

$$-\frac{a}{b} = 5 \text{ かつ } \frac{a}{8-b} = 1 \text{ のとき } -5b = 8 - b. \quad b = -2, a = 10$$

$$-\frac{a}{b} = -5 \text{ かつ } \frac{a}{8-b} = -1 \text{ のとき } 5b = -8 + b. \quad b = -2, a = -10$$

$$\text{よって } y = \pm \frac{10}{x} - 2$$



$$y = \frac{10}{x} - 2 \text{ のとき } x = \frac{10}{y+2}$$

$$\text{求める体積は } \int_0^6 \pi \left( \frac{10}{y+2} \right)^2 dy = 100\pi \left[ -\frac{1}{y+2} \right]_0^6$$

$$= 100\pi \left( -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} \right) = \frac{300\pi}{8} = \frac{75\pi}{2} \text{ cm}^3$$

2|300  
2|150  
3|75  
5|25  
5

(2) 深さ  $h\text{cm}$  まで水を満たしたときの水の体積は (1) より:

$$\int_0^h \pi \left( \frac{10}{y+2} \right)^2 dy = 100\pi \left[ -\frac{1}{y+2} \right]_0^h = 100\pi \left( -\frac{1}{h+2} + \frac{1}{2} \right)$$

$t$  秒後の水面の高さ  $h(t)$  は

$$kt = 100\pi \left\{ -\frac{1}{h(t)+2} + \frac{1}{2} \right\} \quad \frac{kt}{100\pi} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{h(t)+2} \quad h(t) = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{kt}{100\pi}} - 2$$

$$h(t) = \frac{100\pi}{50\pi - kt} - 2$$

$$\text{深さ } 3\text{cm} \text{ のとき } 3 = \frac{100\pi}{50\pi - kt} - 2 \quad 50\pi - kt = 20\pi, \quad t = \frac{30\pi}{k}$$

$$h'(t) = \frac{100\pi k}{(50\pi - kt)^2}, \quad h'\left(\frac{30\pi}{k}\right) = \frac{100\pi k}{(50\pi - 30\pi)^2} = \frac{100\pi k}{4\pi^2}$$

よって 水面の上昇速度は  $\frac{k}{4\pi} \text{ cm/秒}$