



おの塗りは N^6 通り — (4)

題意を満たす塗りは

左図で ①②③ を異なる色で塗ればよ。

色の選り方は $N C_3 = \frac{N(N-1)(N-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}$ 通り

塗る場所の選り方は $3 \cdot 2 \cdot 1$ 通りより

$N(N-1)(N-2)$ 通り — (5)

(4)(5) より $P(N) = \frac{N(N-1)(N-2)}{N^6} = \frac{1}{N^3} \left(1 - \frac{1}{N}\right) \left(1 - 2\frac{1}{N}\right)$ — (6)

(6) #1. $f(x) = x^3(1-x)(1-2x) = 2x^5 - 3x^4 + x^3$ ($0 < x \leq \frac{1}{3}$) とする。

$$f'(x) = 10x^4 - 12x^3 + 3x^2 = (10x^2 - 12x + 3)x^2$$

$$f'(x) = 0 \text{ のとき } x = 0, \frac{6 \pm \sqrt{36-30}}{10} = \frac{6 \pm \sqrt{6}}{10}, \frac{6 - \sqrt{6}}{10} = \frac{18 - 3\sqrt{6}}{30} > \frac{18 - 3 \times 2.5}{30} = \frac{10.5}{30} > \frac{1}{3}$$

よって $0 < x \leq \frac{1}{3}$ のとき $f'(x) > 0$. $f(x)$ は単調増加

ゆえに $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ のとき $P(a) < P(b) \neq 1$.

$a < b$ のとき $P(a) > P(b)$, $a > b$ のとき $P(a) < P(b)$