京大理系 1993前期 ⑥

(1) $\begin{pmatrix}1&1\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ より $f^2=i$, $\begin{pmatrix}-1&0\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ より $g^2=i$

$\begin{pmatrix}-1&0\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-1\\1&0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-1&-1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&-1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\-1&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0&1\\-1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&-1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ より $(gf)^3=i$

(2) $gfgfgf=i$ $ggfgfgf=g$, $fgfgf=g$, $ffgfgf=fg$, $gfgf=fg$

$ggfgf=gfg$, $fgf=gfg$, $ffgf=fgfg$, $gf=fgfg$, $ggf=gfgfg$, $f=gfgfg$

以上より $g=fgfgf$, $fg=gfgf$, $gfg=fgf$, $fgfg=gf$, $gfgfg=f$

(3) $\begin{pmatrix}1&1\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\-1&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0&1\\-1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\-1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-1\\1&0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-1&-1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\-1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ より $(fg)^3=i$ ——①

(1), (2) ①より i, f, gf, fgf, $gfgf$, $fgfgf$ を考えればよい

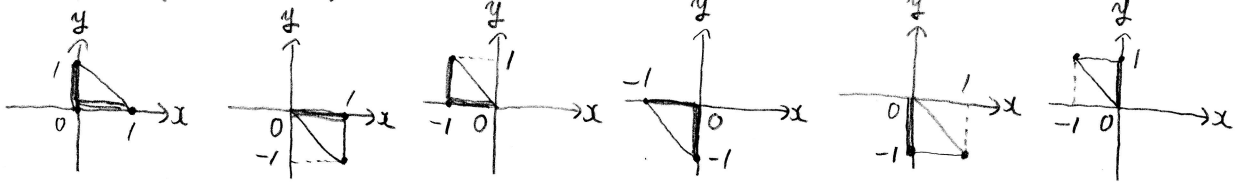
i を表す行列は $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, f を表す行列は $\begin{pmatrix}1&1\\0&-1\end{pmatrix}$, gf を表す行列は $\begin{pmatrix}-1&-1\\1&0\end{pmatrix}$

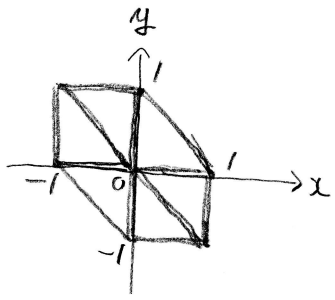
$\begin{pmatrix}1&1\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&-1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&-1\\-1&0\end{pmatrix}$ より fgf を表す行列は $\begin{pmatrix}0&-1\\-1&0\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-1&0\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&-1\\-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\-1&-1\end{pmatrix}$ より $gfgf$ を表す行列は $\begin{pmatrix}0&1\\-1&-1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1&1\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\-1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&0\\1&1\end{pmatrix}$ より $fgfgf$ を表す行列は $\begin{pmatrix}-1&0\\1&1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a\\c\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b\\d\end{pmatrix}$





以上より
左図の太線部