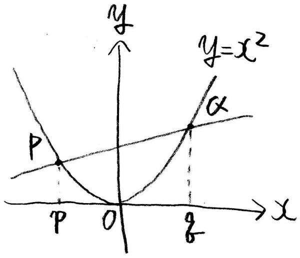
京大理系　1999前期　①



P.Qの座標を (p, p^2) (q, q^2) $(p<q)$ とする.

条件より $\int_p^q -(x-p)(x-q)\,dx=1$. $\frac{(q-p)^3}{6}=1$, $q-p=6^{\frac{1}{3}}$, $q=p+6^{\frac{1}{3}}$

Rの座標を (X, Y) とする

$(X, Y)=\left(\frac{p+q}{2}, \frac{p^2+q^2}{2}\right)=\left(\frac{p+p+6^{\frac{1}{3}}}{2}, \frac{p^2+p^2+2\cdot 6^{\frac{1}{3}}\cdot p+6^{\frac{2}{3}}}{2}\right)=\left(p+\frac{1}{2}6^{\frac{1}{3}}, p^2+6^{\frac{1}{3}}\cdot p+\frac{1}{2}6^{\frac{2}{3}}\right)$

$p=X-\frac{1}{2}6^{\frac{1}{3}}$ より $Y=X^2\cancel{-6^{\frac{1}{3}}X}+\frac{1}{4}6^{\frac{2}{3}}\cancel{+6^{\frac{1}{3}}X}\cancel{-\frac{1}{2}6^{\frac{2}{3}}}\cancel{+\frac{1}{2}6^{\frac{2}{3}}}$

よって、$y=x^2+\frac{1}{4}6^{\frac{2}{3}}$