

$n \geq 4$ とする

- (1) 1が $n-1$ 個, 4が 1個 出るとき n 通り
- (2) 1が $n-2$ 個, 2が 1個 3が 1個 出るとき $n(n-1)$ 通り
- (3) 1が $n-3$ 個, 2が 2個 出るとき $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ 通り

出た目の数の和が $n+3$ になるのは

(1), (2), (3) の $n + n^2 - n + \frac{1}{6}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n = \frac{1}{6}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n = \frac{1}{6}n(n^2 + 3n + 2) = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$ 通りのみ

n 回の出方は 6^n 通り

よって求める確率は $\frac{n(n+1)(n+2)}{6^{n+1}}$ ①

$n=3$ のとき

出た目の数の和が 6 になるのは

1, 1, 4 1, 4, 1 4, 1, 1 1, 2, 3 1, 3, 2 2, 1, 3 2, 3, 1 3, 1, 2 3, 2, 1 2, 2, 2 の 10通りのみ

n 回の出方は 6^3 通り

よって求める確率は $\frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 6^2}$, とすると①で $n=3$ とすると $\frac{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 6^2}$ となるから $n=3$ のときも①は成り立つ

$n=2$ のとき

出た目の数の和が 5 になるのは 1, 4 2, 3 3, 2 4, 1 の 4通りのみ

n 回の出方は 6^2 通り

よって求める確率は $\frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3}$, とすると①で $n=2$ とすると $\frac{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2}{6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3}$ となるから $n=2$ のときも①は成り立つ

$n=1$ のとき

出た目の数の和が 4 になるのは 4 の 1通りのみ

n 回の出方は 6 通り

よって求める確率は $\frac{1}{6}$, とすると①で $n=1$ とすると $\frac{2 \cdot 3}{6 \cdot 6}$ となるから $n=1$ のときも①は成り立つ