



$p \leq 0$  のとき、明らかに  $q$  の値にかかわらず共有点を持つ。

$p > 0$  のとき

$y = \log x$  の傾きが  $p$  となるのは

$(\log x)' = \frac{1}{x} = p$ ,  $x = \frac{1}{p}$  のときである。

$x = \frac{1}{p}$  における  $y = \log x$  の接線の方程式は

$y - \log \frac{1}{p} = p(x - \frac{1}{p})$ ,  $y = px - \log p - 1$  であるから

$q > -\log p - 1$  のとき共有点を持たない。

以上より、 $p > 0$  から  $q > -\log p - 1$