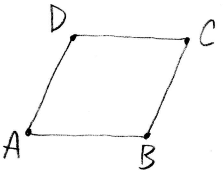
京大理系　2008前期 ③



A.B.C.D が平行四辺形の頂点であるとすると.

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}$

$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}=\vec{0}$, $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

よって $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}=\vec{0}$ が成立てばよい —①

4直線の方向ベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ とする.

$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ は同一平面上になく, $\vec{d}$ は, $\vec{a}$, $\vec{b}$ で作られる平面, $\vec{a}$, $\vec{c}$ で作られる平面, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で作られる平面, のどれの上にもないから

$\vec{d}=\alpha\vec{a}-\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}$ ($\alpha\beta\gamma\neq 0$) を満たす α, β, γ が存在する

$\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$, $\vec{d}$ で表される点を A, B, C, D とすると

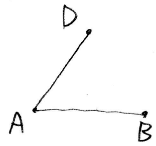
$\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}=\vec{0}$ —②

ここで A.B.C.D は O と一致せず

$\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ であるから, A.B.C.D は同一平面上にある —③

①②③より題意は示された.

※



$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}$