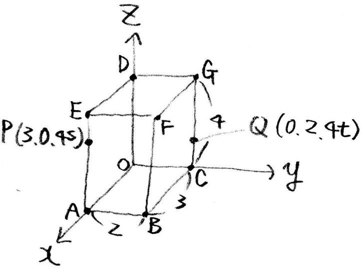
京大理系　2009前期　乙①



$$\begin{array}{cccc} 3 & 0 & 4s & 3 \\ 0 & 2 & 4t & 0 \\ \hline 6 & -8s & -12t & \end{array}$$

P. Qの座標は $(3.0.4s)$, $(0.2.4t)$

$\overrightarrow{OP}\times\overrightarrow{OQ}=-2(4s, 6t, -3)$ より

$(4s. 6t. -3)$ は O. P. Q を含む平面に垂直であるから

Dを通り, O. P. Q を含む平面に垂直な直線上の点は

$(0.0.4)+\alpha(4s. 6t. -3)=(4s\alpha, 6t\alpha, -3\alpha+4)$ —① と書ける.

線分AC上の点は $(3.0.0)+\beta(-3.2.0)=(-3\beta+3, 2\beta. 0)$ $(0\leqq\beta\leqq1)$ —② と書ける.

①が② 上にあるから $\begin{cases} 4s\alpha=-3\beta+3 & —③ \\ 6t\alpha=2\beta & —④ \\ -3\alpha+4=0 & —⑤ \end{cases}$

⑤より. $\alpha=\frac{4}{3}$. ③.④より $\begin{cases} \frac{16}{3}s=-3\beta+3 & —③' \\ 8t=2\beta & —④' \end{cases}$

④'より $\beta=4t$, ところで $0\leqq\beta\leqq1$ より $0<t\leqq\frac{1}{4}$ でなければならない

③'より $\frac{16}{3}s=-12t+3$, $s=-\frac{3\cdot12}{16}t+\frac{9}{16}$. $s=-\frac{9}{4}t+\frac{9}{16}$ —③''

$16s=-36t+9$, $16s+36t=9$

ところで③''より $0<t<\frac{1}{4}$ のとき $0<s<\frac{9}{16}$ となるから条件をみたす s. t が存在する

以上より $16s+36t=9$ かつ $0<t<\frac{1}{4}$