

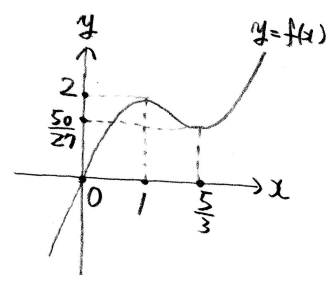
$x > 0$  の3次方程式  $x^3 - 4x^2 + 6x = x + a$ ,  $x^3 - 4x^2 + 5x = a$  の解の個数を求めよ

$f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x$  とする

$f'(x) = 3x^2 - 8x + 5$ .  $f'(x) = 0$  のとき  $x = \frac{4 \pm \sqrt{16-15}}{3} = \frac{4 \pm 1}{3} = 1, \frac{5}{3}$

|         |     |   |     |                 |     |
|---------|-----|---|-----|-----------------|-----|
| $x$     | ... | 1 | ... | $\frac{5}{3}$   | ... |
| $f'(x)$ | +   | 0 | -   | 0               | +   |
| $f(x)$  | ↗   | 2 | ↘   | $\frac{50}{27}$ | ↗   |

$f(x)$  の増減表は左表  
 $f(x)$  のグラフは右図



\*  $f(\frac{5}{3}) = \frac{125}{27} - 4 \cdot \frac{25}{9} + 5 \cdot \frac{5}{3}$   
 $= \frac{125 - 300 + 225}{27} = \frac{50}{27}$

よって  $a < \frac{50}{27}$ ,  $a > 2$  のとき 1個  
 $a = \frac{50}{27}$ ,  $2$  のとき 2個  
 $\frac{50}{27} < a < 2$  のとき 3個