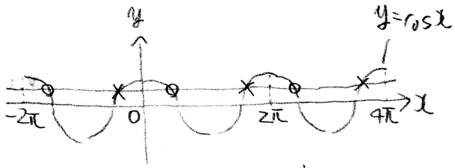
京大文系 2012前期 ⑤



$\cos a\theta=\cos b\theta$ のとき n を任意の整数として $b\theta=a\theta+2n\pi$ または $b\theta=-a\theta+2n\pi$

$(-a+b)\theta=2n\pi$ または $(a+b)\theta=2n\pi$

$a=b$ のとき任意の θ に対して $a\theta=b\theta$ となるから不適.

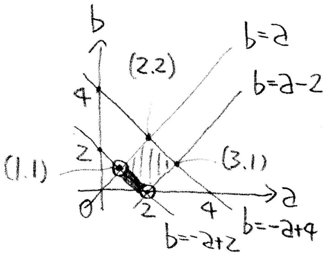
(i) $a>b$ のとき

$\theta>0$ より n' を任意の自然数として $\theta=\dfrac{2n'\pi}{a-b}$ または $\theta=\dfrac{2n'\pi}{a+b}$

$a-b<a+b$ より (a,b) が $(*)$ を満たすには $\dfrac{2\pi}{a+b}\leqq\pi$ かつ $\dfrac{4\pi}{a+b}>\pi$ かつ $\dfrac{2\pi}{a-b}>\pi$

$2\leqq a+b$ かつ $4>a+b$ かつ $2>a-b$

$b\geqq -a+2$ かつ $b<-a+4$ かつ $b>a-2$ であればよい



よって $(*)$ を満たす (a,b) の範囲は左図の斜線部

太線部の境界線上の点のみ含む

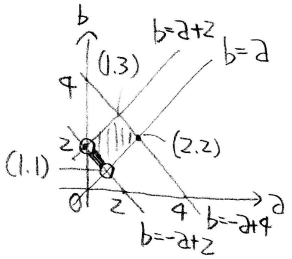
(ii) $a<b$ のとき

$\theta>0$ より n' を任意の自然数として $\theta=\dfrac{2n'\pi}{-a+b}$ または $\theta=\dfrac{2n'\pi}{a+b}$

$-a+b<a+b$ より (a,b) が $(*)$ を満たすには $\dfrac{2\pi}{a+b}\leqq\pi$ かつ $\dfrac{4\pi}{a+b}>\pi$ かつ $\dfrac{2\pi}{-a+b}>\pi$

$2\leqq a+b$ かつ $4>a+b$ かつ $2>-a+b$

$b\geqq -a+2$ かつ $b<-a+4$ かつ $b<a+2$ であればよい



よって $(*)$ を満たす (a,b) の範囲は左図の斜線部

太線部の境界線上の点のみ含む

以上より $(*)$ を満たす (a,b) の範囲は右図の斜線部

太線部の境界線上の点のみ含む