

# 6

- (i)  $m, n$  は自然数とする．三角関数の加法定理を用いて，等式

$$\sin mx \sin nx = \frac{1}{2} \{ \cos(m-n)x - \cos(m+n)x \}$$

が成り立つことを示し，さらに次の積分  $I_{m,n}$  を求めよ．

$$I_{m,n} = \int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nx dx$$

- (ii) 整数  $k$  ( $0 \leq k \leq 5$ )，自然数  $m, n$  および実数  $a, b$  に対して，

$$f(k) = \int_{-\pi}^{\pi} (\sin kx - a \sin mx - b \sin nx)^2 dx, \quad p(k) = \frac{5!}{k!(5-k)!} \left(\frac{1}{2}\right)^5, \quad E = \sum_{k=0}^5 p(k) f(k)$$

とおくとき， $E$  を最小にするような  $m, n, a, b$  を求めよ．