6 区間 $[a,b]=\{x|a \leqq x \leqq b\}$ で定義された関数 $f(x)$ について，次のことを仮定する．

(イ) 関数 $f(x)$ は連続であり，更に $f(x)$ およびその導関数 $f'(x)$ について，微分と積分を自由に行うことができる．

(ロ) 区間 $[a,b]$ で，つねに不等式 $a \leqq f(x) \leqq b$ が成り立つ．

(ハ) 区間 $[a,b]$ でつねに不等式 $|f'(x)| \leqq k < 1$ が成り立つような定数 k が存在する．

このとき，次の問に答えよ．

(1) 等式 $f(c_0)=c_0$ を満たす値 c_0 が，区間 $[a,b]$ の中に，ただ 1 つ存在することを，簡単に説明せよ．

(2) 区間 $[a,b]$ の中の (任意の)1 つの値 d_0 から出発して，$d_1=f(d_0)$，$d_{n+1}=f(d_n)$ $(n=1,2,\cdots)$ とおく．このとき，不等式 $|d_n-c_0| \leqq k^n|d_0-c_0|$ $(n=1,2,\cdots)$ が成立することを示せ．ただし，c_0 は問 (1) に述べられている値とする．