

## 4

- (1) 平面ベクトル  $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$  から 2 行 2 列の行列  $P = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}$  をつくる.  $\vec{x}, \vec{y}$  のどの一方も他方の実数倍ではないとき,  $P$  は逆行列をもつことを示せ.
- (2)  $B = \begin{pmatrix} p & b \\ c & -p \end{pmatrix}$  は単位行列の実数倍ではないとする. このとき, 設問 (1) のようにして作った  $P$  が逆行列  $P^{-1}$  をもち

$$P^{-1}BP = \begin{pmatrix} 0 & p^2 + bc \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

が成り立つようなベクトル  $\vec{x}, \vec{y}$  があることを示せ.

- (3)  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  は単位行列の実数倍ではなく,  $A' = \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix}$  も単位行列の実数倍ではないとする.  $A, A'$  が

$$a + d = a' + d', \quad ad - bc = a'd' - b'c'$$

をみたせば,  $P^{-1}AP = A'$  となる  $P$  があることを示せ.