

1  $n$  は自然数とする .

(1) すべての実数  $\theta$  に対し

$$\cos n\theta = f_n(\cos \theta), \quad \sin n\theta = g_n(\cos \theta) \sin \theta$$

をみたし, 係数がともにすべて整数である  $n$  次式  $f_n(x)$  と  $n - 1$  次式  $g_n(x)$  が存在することを示せ .

(2)  $f_n'(x) = ng_n(x)$  であることを示せ .

(3)  $p$  を 3 以上の素数とするととき,  $f_p(x)$  の  $p - 1$  次以下の係数はすべて  $p$  で割り切れることを示せ .