

3

- (1) $a_0 < b_0, a_1 < b_1$ を満たす正の実数 a_0, b_0, a_1, b_1 について, 次の不等式が成り立つことを示せ.

$$\frac{b_1^2}{a_0^2 + 1} + \frac{a_1^2}{b_0^2 + 1} > \frac{a_1^2}{a_0^2 + 1} + \frac{b_1^2}{b_0^2 + 1}$$

- (2) n 個の自然数 x_1, x_2, \dots, x_n は互いに相異なり, $1 \leq x_k \leq n$ ($1 \leq k \leq n$) を満たしているとする. このとき, 次の不等式が成り立つことを示せ.

$$\sum_{k=1}^n \frac{x_k^2}{k^2 + 1} > n - \frac{8}{5}$$