

6  $n$  を自然数とする． $xy$  平面内の，原点を中心とする半径  $n$  の円の，内部と周をあわせたものを  $C_n$  であらわす．次の条件 (\*) を満たす 1 辺の長さが 1 の正方形の数を  $N(n)$  とする．

(\*) 正方形の 4 頂点はすべて  $C_n$  に含まれ，4 頂点の  $x$  および  $y$  座標はすべて整数である．

このとき， $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N(n)}{n^2} = \pi$  を証明せよ．