

2 a を実数として, 行列 A を $A = \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 1-a & a \end{pmatrix}$ と定める. $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ とし, 数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ を次の式で定める.

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix}, \quad n = 1, 2, \dots$$

このとき数列 $\{x_n\}$ が収束するための a の必要十分条件を求めよ.