

2 p を正の整数とする . α, β は x に関する方程式 $x^2 - 2px - 1 = 0$ の 2 つの解で ,
 $|\alpha| > 1$ であるとする .

- (1) すべての正の整数 n に対し , $\alpha^n + \beta^n$ は整数であり , さらに偶数であることを証明せよ .
- (2) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (-\alpha)^n \sin(\alpha^n \pi)$ を求めよ .