

- (1)  $1 \rightarrow 0.2.3.4.5.6.7.8.9$   
 $2 \rightarrow 0.1.3.4.5.6.7.8.9$   
 $\vdots$   
 $9 \rightarrow 0.1.2.3.4.5.6.7.8$   
 (n桁目)            (n-1桁目)

上図より  $a_n = \underbrace{9 \cdot 9 \cdots 9}_{n \text{個の} 9} = 9^n$

(2)  $n \geq 3$  とする

- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| $1 \rightarrow 2.3.4.5.6.7.8.9$ | $1 \rightarrow 0 \rightarrow 1.2.3.4.5.6.7.8.9$ |
| $2 \rightarrow 1.3.4.5.6.7.8.9$ | $2 \rightarrow 0 \rightarrow 1.2.3.4.5.6.7.8.9$ |
| $\vdots$                        | $\vdots$  |
| $9 \rightarrow 1.2.3.4.5.6.7.8$ | $9 \rightarrow 0 \rightarrow 1.2.3.4.5.6.7.8.9$ |
| (n-1桁目)            (n桁目)        | (n-2桁目) (n-1桁目)            (n桁目)                |

上図より  $b_n = 8b_{n-1} + 9b_{n-2}$

$x^2 - 8x - 9 = 0$   $n \geq 3$   $(x-9)(x+1) = 0$ .  $x = -1, 9$

$$\begin{cases} b_n + b_{n-1} = 9(b_{n-1} + b_{n-2}) = 9^2(b_{n-2} + b_{n-3}) = \cdots = 9^{n-2}(b_2 + b_1) \\ b_n - 9b_{n-1} = -(b_{n-1} - 9b_{n-2}) = (-1)^2(b_{n-2} - 9b_{n-3}) = \cdots = (-1)^{n-2}(b_2 - 9b_1) \end{cases}$$

$b_1 = 0, b_2 = 9 \neq 1$

$$\begin{cases} b_n + b_{n-1} = 9^{n-1} \\ b_n - 9b_{n-1} = 9(-1)^{n-1} \end{cases} \quad \begin{array}{l} 9b_n + 9b_{n-1} = 9^n \\ +) \quad b_n - 9b_{n-1} = 9(-1)^n \\ \hline 10b_n = 9^n + 9(-1)^n \end{array} \quad b_n = \frac{9^n + 9(-1)^n}{10}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \left( \frac{-1}{9} \right)^n \right\} = \frac{1}{10}$