東工大　1993前期　①

C_1とLの交点のx座標は, $ax^2+bx=kx$, $(ax+b-k)x=0$ より. 0, $\frac{-b+k}{a}$.

$$S_1=\left|\int_0^{\frac{-b+k}{a}}(ax^2+bx-kx)dx\right|=\left|\left[a\frac{x^3}{3}+(b-k)\frac{x^2}{2}\right]_0^{\frac{-b+k}{a}}\right|=\left|\frac{1}{3}a\frac{(-b+k)^3}{a^3}+\frac{1}{2}(b-k)\frac{(-b+k)^2}{a^2}\right|$$

$$=\left|-\frac{1}{3}\frac{(b-k)^3}{a^2}+\frac{1}{2}\frac{(b-k)^3}{a^2}\right|=\left|\frac{1}{6}\frac{(b-k)^3}{a^2}\right|=\frac{|b-k|^3}{6a^2}$$

同様にして $S_2=\frac{|q-k|^3}{6p^2}$

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{6a^2}{|b-k|^3}\frac{|q-k|^3}{6p^2}=\frac{a^2}{p^2}\frac{|q-k|^3}{|b-k|^3}$$

よって. $|b-k|=|q-k|$, $b^2-2bk+\cancel{k^2}=q^2-2qk+\cancel{k^2}$, $(2b-2q)k-b^2+q^2=0$

$$\begin{cases}2b-2q=0\\-b^2+q^2=0.\end{cases}\quad\begin{cases}b=q\\|b|=|q|\end{cases}$$　. $b=q$ であればよい.

求める条件は $b=q$