



余弦定理より $PQ^2 = OP^2 + OQ^2 - 2OP \cdot OQ \cos \angle POQ$, $\cos \angle POQ = \frac{OP^2 + OQ^2 - PQ^2}{2OP \cdot OQ}$

$\cos \angle POQ > 0$ であるから、 $OP^2 + OQ^2 - PQ^2 > 0$ である。

$OP^2 = x_1^2 + x_2^2$, $OQ^2 = x_3^2 + x_4^2$, $PQ^2 = (x_3 - x_1)^2 + (-x_4 - x_2)^2 = x_1^2 - 2x_1x_3 + x_3^2 + x_2^2 + 2x_2x_4 + x_4^2$ より

$2x_1x_3 - 2x_2x_4 > 0$, $x_1x_3 > x_2x_4$ である。

| | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| 5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 6 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |

下表に示す

①を x_1x_3 の値

②を x_1x_3 が左記となる場合の数

③を x_1x_3 が左記のときの、 $x_1x_3 > x_2x_4$ となる、 x_2x_4 の場合の数

④を x_1x_3 が左記のときの、 $x_1x_3 > x_2x_4$ となる、場合の数とする

| ① | ② | ③ | ④ | ① | ② | ③ | ④ |
|----|---|----|----|----|---|----|----|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 12 | 4 | 19 | 76 |
| 2 | 2 | 1 | 2 | 15 | 2 | 23 | 46 |
| 3 | 2 | 3 | 6 | 16 | 1 | 25 | 25 |
| 4 | 3 | 5 | 15 | 18 | 2 | 26 | 52 |
| 5 | 2 | 8 | 16 | 20 | 2 | 28 | 56 |
| 6 | 4 | 10 | 40 | 24 | 2 | 30 | 60 |
| 8 | 2 | 14 | 28 | 25 | 1 | 32 | 32 |
| 9 | 1 | 16 | 16 | 30 | 2 | 33 | 66 |
| 10 | 2 | 17 | 34 | 36 | 1 | 35 | 35 |

上表より、 $x_1x_3 > x_2x_4$ となる、場合の数は

$0 + 2 + 6 + 15 + 16 + 40 + 28 + 16 + 34 + 76 + 46 + 25 + 52 + 56 + 60 + 32 + 66 + 35 = 605$

よって、求める確率は $\frac{605}{6^4} = \frac{605}{1296}$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$