東工大 1994後期 ①

$x \geqq b$ のとき. $F(x)=x^2+ax(x-b)+cx=(a+1)x^2+(-ab+c)x$

$f(x)=F'(x)=(2a+2)x-ab+c$ —①

$x \leqq b$ のとき $F(x)=x^2+ax(-x+b)+cx=(-a+1)x^2+(ab+c)x$

$f(x)=F'(x)=(-2a+2)x+ab+c$ —②

(i)より. ①で $x=b$ としたものと. ②で $x=b$ としたものは等しいから.

$2ab+\cancel{2b}-ab+\cancel{c}=-2ab+\cancel{2b}+ab+\cancel{c}$, $ab=0$. $a=0$ または $b=0$ —③

(ii)より. $1 \geqq b$ のとき $a+1-ab+c=0$

$1 \leqq b$ のとき $-a+1+ab+c=0$

(iii)より. $0 \geqq b$ のとき $-ab+c=1$

$0 \leqq b$ のとき $ab+c=1$

(1) $b \geqq 1$ のとき.

$-a+1+ab+c=0$ かつ $ab+c=1$, $a=2$, ③より $b=0$. これは $b \geqq 1$ に矛盾する

よって. これを満たす a. b. c は存在しない

(2) $0 \leqq b \leqq 1$ のとき

$a+1-ab+c=0$ かつ $ab+c=1$, ③より $a=0$ とすると $c=-1$ かつ $c=1$ となり矛盾するから $b=0$.

$c=1$, $a+1+1=0$. $a=-2$

(3) $b \leqq 0$ のとき

$a+1-ab+c=0$ かつ $-ab+c=1$, ③より $a=0$ とすると. $c=-1$ かつ $c=1$ となり矛盾するから $b=0$.

$c=1$, $a+1+1=0$. $a=-2$

以上より. $x \geqq 0$ のとき $f(x)=-2x+1$

$x \leqq 0$ のとき $f(x)=6x+1$