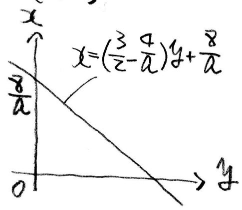
東工大　1998前期　①

$ax+(4-\frac{3}{2}a)y\leqq 8$ より　$ax\leqq(\frac{3}{2}a-4)y+8$,　$x\leqq(\frac{3}{2}-\frac{4}{a})y+\frac{8}{a}$

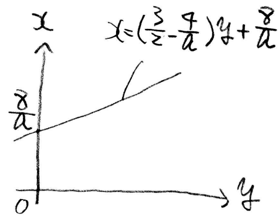
$x=(\frac{3}{2}-\frac{4}{a})y+\frac{8}{a}$ —① は

$\frac{3}{2}>\frac{4}{a}$, $3a>8$, $a>\frac{8}{3}$ のとき傾きは正, $a<\frac{8}{3}$ のとき傾きは負

($a<\frac{8}{3}$ のとき)



($a>\frac{8}{3}$ のとき)



$ax+(4-\frac{3}{2}a)y=8$ と $2x+3y=12$ の交点は

$a(-\frac{3}{2}y+6)+(4-\frac{3}{2}a)y=8$,　$-3ay+12a+8y-3ay=16$,　$(-6a+8)y=-12a+16$　$(-3a+4)y=2(-3a+4)$

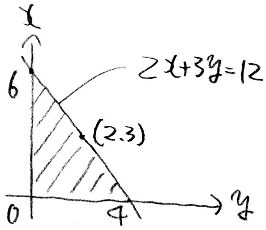
$a\neq\frac{4}{3}$ のとき, $y=2$, $x=3$ より　$a\neq\frac{4}{3}$ のとき $(x,y)=(3,2)$

また $a=\frac{4}{3}$ のとき, $ax+(4-\frac{3}{2}a)y=8$ は $\frac{4}{3}x+(4-2)y=8$,　$4x+6y=24$,　$2x+3y=12$ となる.

$2x+3y\leqq12$ より　$x\leqq-\frac{3}{2}y+6$

$x\geqq0$, $y\geqq0$, $2x+3y\leqq12$ を満たす領域は

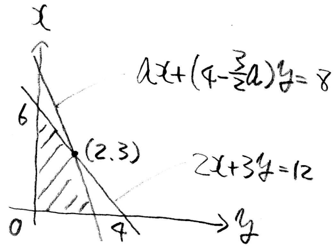
右図の斜線部



①が $(x,y)=(6,0)$ を通るとき　$\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{a}=\overset{3}{\cancel{6}}$,　$a=\frac{4}{3}$

$0<a\leqq\frac{4}{3}$ のとき 題意を満たす領域は右図の斜線部

よって $f(a)=6$

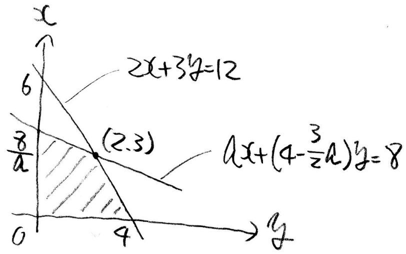


$a>\frac{4}{3}$ のとき 題意を満たす領域は右図の斜線部

$\frac{8}{a}=5$ のとき　$a=\frac{8}{5}$.

よって,　$\frac{4}{3}<a\leqq\frac{8}{5}$ のとき $f(a)=\frac{8}{a}$

$a>\frac{8}{5}$ のとき　$f(a)=5$



以上より　$f(a)=\begin{cases} 6 & (0<a\leqq\frac{4}{3}) \\ \frac{8}{a} & (\frac{4}{3}<a\leqq\frac{8}{5}) \\ 5 & (a>\frac{8}{5}) \end{cases}$