東工大　2003前期　②

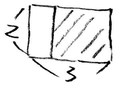
(1)　(i) 1個の正方形を付け加えたとき

$1:2$

(ii) 2個の正方形を付け加えたとき

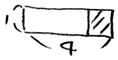
$1:3$

または



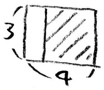
$1:\frac{3}{2}$

(iii) 3個の正方形を付け加えたとき



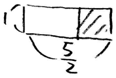
$1:4$

または



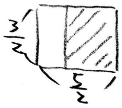
$1:\frac{4}{3}$

または



$1:\frac{5}{2}$

または

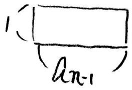


$1:\frac{5}{3}$

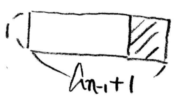
以上より，$\frac{4}{3}$，$\frac{5}{3}$，$\frac{5}{2}$，4

(2)　$n \geqq 1$ とする．

$n-1$ 個の正方形を付け加えたときの，長方形の2辺の長さの比が $1:a_{n-1}$　$(a_{n-1}>1)$ であるとする．

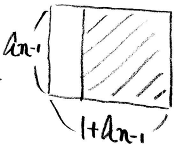


→



$1:a_{n-1}+1$

または



$1:\frac{1}{a_{n-1}}+1$

これに正方形を付け加えたときの，長方形の2辺の長さの比は　$1:a_{n-1}+1$　または　$1:\frac{1}{a_{n-1}}+1$

ここで　$a_{n-1}+1$ の値は，a_{n-1} の値が大きければ大きいほど大きくなり

$\frac{1}{a_{n-1}}+1$ の値は，a_{n-1} の値が小さければ小さいほど小さくなるから，

a_n の，最大値を A_n，最小値を A_n' とすると．$A_n=A_{n-1}+1$ —①，　$A_n'=\frac{1}{A_{n-1}}+1$ —②

①より，

$$
\begin{array}{rl}
 & A_n=A_{n-1}+1 \\
 & A_{n-1}=A_{n-2}+1 \\
 & \vdots \\
+) & A_1=A_0+1 \\
\hline
 & A_n=A_0+n
\end{array}
$$

，$A_0=1$ より，$A_n=n+1$　，②より，$A_n'=\frac{1}{n}+1$

以上より，a の値の，最大値は $n+1$，最小値は $\frac{1}{n}+1$