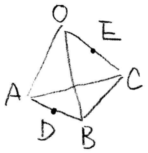
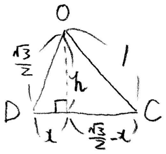
東工大 2012 前期 ①

(1)

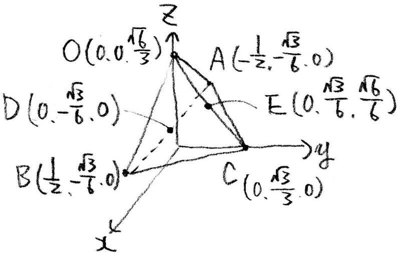




左図で $\begin{cases} x^2+h^2=\frac{3}{4} \\ x^2-\sqrt{3}x+\frac{3}{4}+h^2=1 \end{cases}$

$\frac{3}{4}-\sqrt{3}x+\frac{3}{4}=1$　$\sqrt{3}x=\frac{1}{2}$　$x=\frac{\sqrt{3}}{6}$

$\frac{1}{12}+h^2=\frac{3}{4}$. $h^2=\frac{2}{3}$. $h>0$より $h=\frac{\sqrt{6}}{3}$



よって、xyz空間で考えると左図のようにOABCをとることができる。

$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{AC}=\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)=\frac{1}{2}$

(2) すべての場合の数は 6^3 通り —①

目の積が10の倍数になるのは

(i) 5が2個出るとき　(5, 5, 2) (5, 5, 4) (5, 5, 6) } 3通りずつある　合計 9通り

(ii) 5が1個出るとき
(5, 2, 1) (5, 2, 3)
(5, 4, 1) (5, 4, 3)
(5, 6, 1) (5, 6, 3)
(5, 2, 4) (5, 2, 6) (5, 4, 6) } 6通りずつある

(5, 2, 2) (5, 4, 4) (5, 6, 6) → 3通りずつある

} 合計 54+9=63通り

↓

合計 72通り —②

①②より $\frac{72}{6^3}=\frac{\cancel{2^3}\cdot\cancel{3^2}}{\cancel{2^3}\cdot\cancel{3^3}}=\frac{1}{3}$