東工大　2012前期　②

$$\begin{array}{r} 0.4771 \\ 99 \\ \hline 42939 \\ 42939 \\ \hline 47.2329 \end{array}$$

(1) $\displaystyle\sum_{n=0}^{99} 3^n = \frac{1-3^{100}}{1-3} = \frac{1}{2}3^{100} - \frac{1}{2}$

$\log_{10} 3^{100} = 100 \times 0.4771 = 47.71$ より　$47 < \log_{10} 3^{100} < 48$，$\log_{10} 10^{47} < \log_{10} 3^{100} < \log_{10} 10^{48}$，$10^{47} < 3^{100} < 10^{48}$ —①

$\log_{10} \frac{1}{3}3^{100} = \log_{10} 3^{99} = 99 \times 0.4771 = 47.2329$ より　$47 < \log_{10} \frac{1}{3}3^{100} < 48$，$\log_{10} 10^{47} < \log_{10} \frac{1}{3}3^{100} < \log_{10} 10^{48}$

$10^{47} < \frac{1}{3}3^{100} < 10^{48}$ —②

$\frac{1}{3}3^{100} < \frac{1}{2}3^{100} - \frac{1}{2} < 3^{100}$ —③　　①②③より　$10^{47} < \frac{1}{2}3^{100} - \frac{1}{2} < 10^{48}$　よって　48桁

(2) $[\sqrt{1}] = 1$
$[\sqrt{4}] = 2$
$[\sqrt{9}] = 3$
$\vdots$
$[\sqrt{10000}] = 100$

kを自然数とすると．$k^2 \leqq n < (k+1)^2$ のとき　$[\sqrt{n}] = k$

$k^2, k^2+1, k^2+2, \cdots, k^2+2k-1, k^2+2k$ のうち．

kで割り切れるものは．k^2，k^2+k，k^2+2k の3個

すなわち　$[\sqrt{n}]$がnの約数となるものは　3個

$1 \leqq k \leqq 99$ であり．また　$[\sqrt{10000}] = 100$は　10000の約数であるから

$99 \times 3 + 1 = 298$個