

5

(1) n を自然数とするととき $0 \leq \theta \leq \pi$ に対して不等式 $|\sin n\theta| \leq n \sin \theta$ が成り立つことを証明せよ.

(2) 関数 $f(\theta)$ は次の条件 (a), (b) を満たすとする:

(a) $f(\theta) \geq 0$

(b) $\int_0^\pi f(\theta) \sin \theta d\theta = 1$

このとき, 不等式 $\int_0^\pi f(\theta) \sin n\theta d\theta \leq n$ が成り立つことを証明せよ.