

6 $x \geq 0$ で定義された連続な関数 $f(x)$ がこの区間で単調に増加するとき，関数

$$F(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt \quad (x > 0)$$

も単調に増加することを証明せよ．

次に， $3F(x) = f(x)$ ($x > 0$) および $f(1) = 1$ を満たすような $f(x)$ を求めよ．