

1 正の有理数 x を既約分数で表したとき, その分母の平方を $f(x)$ とする (自然数 n に対しては $f(n) = 1$ とする).

(1) 相異なる正の有理数 x, y に対して, 次の不等式が成り立つことを証明せよ.

$$\frac{2}{|x - y|} \leq f(x) + f(y)$$

(2) 自然数 n に対して $x_n = \frac{2}{3n + 4}$ とするとき, 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{f(x_n) + f(x_{n+1})\} |x_n - x_{n+1}|$$