

# 1 2つの条件

(i)  $a^2 - 2b^2 = 1$  または  $a^2 - 2b^2 = -1$

(ii)  $a + \sqrt{2}b > 0$

を満たす任意の整数  $a, b$  から得られる実数  $g = a + \sqrt{2}b$  全体の集合を  $G$  とする. 1 より大きい  $G$  の元のうち最小のものを  $u$  とする.

(1)  $u$  を求めよ.

(2) 整数  $n$  と  $G$  の元  $g$  に対し,  $gu^n$  は  $G$  の元であることを示せ.

(3)  $G$  の任意の元  $g$  は適当な整数  $m$  によって,  $g = u^m$  と書かれることを示せ.