

4 変数 $0 \leq x < 1$ の関数 $f(x)$ を次のように定義する .

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x - 1 & \frac{1}{2} \leq x < 1 \end{cases}$$

さらに $f_1(x) = f(x)$ とおき , $f_n(x)$ を $f_n(x) = f(f_{n-1}(x))$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) と定義する .

(1) $f_3(x)$ のグラフを描き , $f_3(x)$ を式で表せ .

(2) k と m を $1 \leq k \leq 2^m - 1$ を満たす自然数とし $p = \frac{k}{2^m}$ とおく . 極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_1(p) + \dots + f_n(p)}{n}$$
 を求めよ .