

4 関数 $f(x)$ は微分可能で次の (イ), (ロ), (ハ) を満たすものとする .

(イ) $x \geq 0$ のとき $f'(x) > 0$,

(ロ) $f(0) = a$ (ただし , $a > 1$) ,

(ハ) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P(t, f(t))$ ($t \geq 0$) における接線と x 軸との交点を Q , 法線と x 軸との交点を R としたとき , 線分 QR の長さ $F(t)$ は関係式 $\frac{F(t)}{f(t)} = \frac{f(t)}{f'(t)}$ を満たす .

このとき次の問いに答えよ .

(1) $x > 0$ で $f'(x)$ は単調増加で , $h > 0$ に対し $f(x+h) - f(x) \geq \sqrt{a-1}h$ を満たすことを示せ .

(2) 点 P が曲線 $y = f(x)$ ($x \geq 0$) 上を動くとき $F(t)$ の最小値を求めよ .