

5 複素平面上の点列  $A_n$  ( $n \geq 0$ ) が複素数列  $a_n + ib_n$  ( $a_n, b_n$  は実数,  $i$  は虚数単位) を表すとする. 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a_\infty$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b_\infty$  がともに存在するとき, 複素数  $a_\infty + ib_\infty$  を表す点  $A_\infty$  を  $A_n$  の極限点ということにする. このとき次の問いに答えよ.

(1) 複素平面上の点列  $P_n$  ( $n \geq 0$ ) を次のように定める.

$P_0$  は 0 を表す点とし,  $P_1$  は  $1 + i$  を表す点とする.

以下  $n \geq 2$  に対しては, ベクトル  $\overrightarrow{P_{n-2}P_{n-1}}$  を反時計まわりに  $\frac{\pi}{3}$  回転し, 長さを  $\frac{2}{3}$  倍したベクトルが  $\overrightarrow{P_{n-1}P_n}$  となるように  $P_n$  を定める.  $P_n$  の極限点  $P_\infty$  が表す複素数を求めよ.

(2) 点列  $Q_n$  ( $n \geq 0$ ) は次のように定める.

$Q_0$  は 0 を表す点とし,  $Q_1$  は  $z = x + iy$  を表す点とする.

以下  $n \geq 2$  に対しては, ベクトル  $\overrightarrow{Q_{n-2}Q_{n-1}}$  を反時計まわりに  $\frac{\pi}{6}$  回転し, 長さを  $\frac{1}{2}$  倍したベクトルが  $\overrightarrow{Q_{n-1}Q_n}$  となるように  $Q_n$  を定める.  $Q_n$  の極限点  $Q_\infty$  と

(1) の  $P_\infty$  が一致するとき  $z$  を求めよ.