2 次の問いに答えよ.

(1) $f(x)$，$g(x)$ を連続な偶関数，m を正の整数とするとき，

$$\int_0^{m\pi} f(\sin x)g(\cos x)dx = m\int_0^{\pi} f(\sin x)g(\cos x)dx$$ を証明せよ.

(2) 正の整数 m，n が $m\pi \leqq n < (m+1)\pi$ を満たしているとき，

$$\frac{m}{(m+1)\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{(1+\cos^2 x)^2}dx \leqq \int_0^1 \frac{|\sin nx|}{(1+\cos^2 nx)^2}dx \leqq \frac{m+1}{m\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{(1+\cos^2 x)^2}dx$$

を証明せよ.

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^1 \frac{|\sin nx|}{(1+\cos^2 nx)^2}dx$ を求めよ.