

1  $a, b$  を正の数とする.  $xy$  座標平面において, 楕円  $ax^2 + by^2 = 1$  の第 4 象限 ( $x \geq 0, y \leq 0$ ) に含まれる部分を  $C$ , 傾き  $t \geq 0$  の半直線  $y = tx$  ( $x \geq 0$ ) を  $l_t$  とする.  $l_t$  上の点  $P$  と  $C$  上の点  $P'$  を結ぶ線分  $PP'$  が  $y$  軸に平行になるように動くとき, 線分  $PP'$  の長さを最大にする  $P$  を  $P_t$  で表し,  $t \geq 0$  が変化するとき  $P_t$  が描く曲線を  $C'$  とする. また, 楕円  $ax^2 + by^2 = 1$  と  $C'$  との交点を  $Q(\alpha, \beta)$  とする.

- (1) 曲線  $C'$  の方程式  $y = f(x)$  を求めよ.
- (2)  $\alpha$  と  $\beta$  を求めよ.
- (3) 直線  $y = \beta$ , 曲線  $C'$  および  $y$  軸が囲む領域を  $D$  とする.  $D$  を  $y$  軸の回りに 1 回転してできる回転体の体積  $V$  を求めよ.