4

(1)　整数 $n = 0, 1, 2, \cdots$ と正数 a_n に対して

$$f_n(x) = a_n(x-n)(n+1-x)$$

とおく．2 つの曲線 $y = f_n(x)$ と $y = e^{-x}$ が接するような a_n を求めよ．

(2)　$f_n(x)$ は (1) で定めたものとする．$y = f_0(x)$，$y = e^{-x}$ と y 軸で囲まれる図形の面積を S_0，$n \geqq 1$ に対し $y = f_{n-1}(x)$，$y = f_n(x)$ と $y = e^{-x}$ で囲まれる図形の面積を S_n とおく．このとき $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(S_0 + S_1 + \cdots + S_n)$ を求めよ．