

1  $n$  を自然数とする． $xy$  平面上で行列  $\begin{pmatrix} 1-n & 1 \\ -n(n+1) & n+2 \end{pmatrix}$  の表す 1 次変換（移動ともいう）を  $f_n$  とする．次の間に答えよ．

(1) 原点  $O(0,0)$  を通る直線で，その直線上のすべての点が  $f_n$  により同じ直線上に移されるものが 2 本あることを示し，この 2 直線の方程式を求めよ．

(2) (1) で得られた 2 直線と曲線  $y = x^2$  によって囲まれる図形の面積  $S_n$  を求めよ．

(3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n - \frac{1}{6}}$  を求めよ．