

# 1

- (1)  $h > 0$  とする．座標平面上の点  $O(0, 0)$  , 点  $P(h, s)$  , 点  $Q(h, t)$  に対して , 三角形  $OPQ$  の面積を  $S$  とする . ただし ,  $s < t$  とする . 三角形  $OPQ$  の辺  $OP$  ,  $OQ$  ,  $PQ$  の長さをそれぞれ  $p, q, r$  とするとき , 不等式

$$p^2 + q^2 + r^2 \geq 4\sqrt{3}S$$

が成り立つことを示せ . また , 等号が成立するときの  $s, t$  の値を求めよ .

- (2) 四面体  $ABCD$  の表面積を  $T$  , 辺  $BC, CA, AB$  の長さをそれぞれ  $a, b, c$  とし , 辺  $AD, BD, CD$  の長さをそれぞれ  $l, m, n$  とする . このとき , 不等式

$$a^2 + b^2 + c^2 + l^2 + m^2 + n^2 \geq 2\sqrt{3}T$$

が成り立つことを示せ . また , 等号が成立するのは四面体  $ABCD$  がどのような四面体のときか答えよ .