

5  $k$  を正の整数とし,  $a_k = \int_0^1 x^{k-1} \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx$  とおく.

(1)  $a_{k+2}$  を  $a_k$  と  $k$  を用いて表せ.

(2)  $k$  を限りなく大きくするとき, 数列  $\{ka_k\}$  の極限值  $A$  を求めよ.

(3) (2) の極限值  $A$  に対し,  $k$  を限りなく大きくするとき, 数列

$$\{k^m a_k - k^n A\}$$

が 0 ではない値に収束する整数  $m, n$  ( $m > n \geq 1$ ) を求めよ. またそのときの極限值  $B$  を求めよ.

(4) (2) と (3) の極限值  $A, B$  に対し,  $k$  を限りなく大きくするとき, 数列

$$\{k^p a_k - k^q A - k^r B\}$$

が 0 ではない値に収束する整数  $p, q, r$  ( $p > q > r \geq 1$ ) を求めよ. またそのときの極限值を求めよ.