

4 n を正の整数とし, C_1, \dots, C_n を n 枚の硬貨とする. 各 $k = 1, \dots, n$ に対し, 硬貨 C_k を投げて表が出る確率を p_k , 裏が出る確率を $1 - p_k$ とする. この n 枚の硬貨を同時に投げ, 表が出た硬貨の枚数が奇数であれば成功, というゲームを考える.

(1) $p_k = \frac{1}{3}$ ($k = 1, \dots, n$) のとき, このゲームで成功する確率 X_n を求めよ.

(2) $p_k = \frac{1}{2(k+1)}$ ($k = 1, \dots, n$) のとき, このゲームで成功する確率 Y_n を求めよ.

(3) $n = 3m$ (m は正の整数) で, $k = 1, \dots, 3m$ に対して

$$p_k = \begin{cases} \frac{1}{3m} & (k = 1, \dots, m) \\ \frac{2}{3m} & (k = m+1, \dots, 2m) \\ \frac{1}{m} & (k = 2m+1, \dots, 3m) \end{cases}$$

とする. このゲームで成功する確率を Z_{3m} とするとき, $\lim_{m \rightarrow \infty} Z_{3m}$ を求めよ.